

单元素养测评卷(一)

时间: 120 分钟

分值: 150 分

范围: 第六章

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} - \overrightarrow{QP} =$ ()

- A. $\overrightarrow{MP}$ B. $\overrightarrow{NQ}$
C. $\overrightarrow{MQ}$ D. $\overrightarrow{PM}$

2. [2025 · 长春实验中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$, 则 $A =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

3. [2025 · 广州广雅中学高一月考] 若 $\{e_1, e_2\}$ 是平面内所有向量的一个基底, 则下列四组向量中能作为基底的是 ()

- A. $e_1 - e_2, e_2 - e_1$ B. $2e_1 - e_2, e_1 - \frac{1}{2}e_2$
C. $2e_2 - 3e_1, 0$ D. $e_1 + 2e_2, 2e_1 + e_2$

4. 已知单位向量 a, b 的夹角为 60° , 则在下列向量中, 与 b 垂直的是 ()

- A. $a + 2b$ B. $2a + b$
C. $a - 2b$ D. $2a - b$

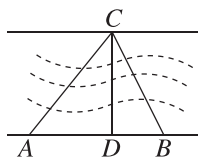
5. [2025 · 湖南常德一中高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , $A = 60^\circ$, $a = \sqrt{3}$. 若这个三角形有两解, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $\sqrt{3} < b \leq 2$ B. $\sqrt{3} < b < 2$
C. $1 < b < 2\sqrt{3}$ D. $1 < b \leq 2$

6. [2025 · 河北 NT20 高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上一点, 且 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, 点 O 满足 $\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{OD}$, 则 $\overrightarrow{OC} =$ ()

- A. $-\frac{2}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{9}\overrightarrow{AC}$ B. $-\frac{2}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{9}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{2}{9}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{9}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{2}{9}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{9}\overrightarrow{AC}$

7. [2025 · 天津西青区高一阶段练] 如图, 在一条河上



- 又测得 $AB = 120$ m, 则河宽 CD 为 ()
- A. $\frac{40\sqrt{2}}{3}$ m B. $\frac{80\sqrt{2}}{3}$ m
C. $\frac{160\sqrt{2}}{3}$ m D. $\frac{200\sqrt{2}}{3}$ m

8. [2025 · 湖北荆荆襄宜四地七校高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 所对的边, 若 $6bc \cos A = -2ac \cos B = -3ab \cos C$, 则角 A 的大小为 ()

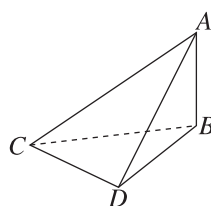
- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{2\pi}{3}$
C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. [2025 · 浙江 G5 联盟高一期中] 设平面向量 a, b, c 均为非零向量, 且 $a + b + c = 0$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $a \cdot c = b \cdot c$, 则 $a = b$
B. $(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$
C. 若 $|a| = |b|$, 则 $c \cdot (a - b) = 0$
D. 若 $a \cdot b = b \cdot c = c \cdot a$, 则 $|a| = |b| = |c|$

10. [2025 · 重庆南开中学高一月考] 重庆解放碑是抗战胜利纪功碑暨人民解放纪念碑, 是抗战胜利的精神象征, 是全国唯一一座纪念抗日战争胜利的纪念碑. 现某兴趣小组准备对解放碑的高度进行测量, 并绘制出测量方案示意图, A 为解放碑的最顶端, B 为解放碑的基座 (B 在 A 的正下方), 在纪念碑所在广场内 (与 B 在同一水平面内) 选取 C, D 两点 ($AB \perp BC, AB \perp BD$), 测得 CD 的长为 m . 兴趣小组成员利用测角仪可测得的角有 $\angle ACB, \angle ACD, \angle BCD, \angle ADC, \angle ADB, \angle BDC$, 若已知 $m, \angle ACB, \angle BCD$, 则下列各测量数据中, 能计算出解放碑高度 AB 的是 ()



- A. $\angle ADB$ B. $\angle BDC$
C. $\angle ADC$ D. $\angle ACD$

11. 数学家欧拉在 1765 年提出定理: 三角形的外心、重心、垂心依次位于同一条直线上, 且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半, 此直线被称为三角形的欧拉线, 该定理则被称为欧拉线定理. 设点 O, G, H 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、重心、垂心, 且 M 为 BC 的中点, 则 ()

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = 0$
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{HM} - 4\overrightarrow{MO}$
C. $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$
D. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}|$

请将选择题答案填入下表:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
题号	9		10		11		总分	
答案								

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知一个物体在三个力 $F_1 = (0, 1), F_2 = (-2, 3), F_3 = (x, y)$ 的作用下, 处于静止状态, 则 $F_3 =$ _____.

13. [2025 · 福州九校高一期中] 已知 I 为 $\triangle ABC$ 的内心, 且 $5\overrightarrow{IA} = 4(\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI})$, 记 R, r 分别为 $\triangle ABC$ 的外接圆、内切圆半径, 若 $r = 10$, 则 $R =$ _____.

14. 若 a, b, c 均为单位向量, 且 $a \cdot b = 0, (a - c) \cdot (b - c) \leq 0$, 则 $|a + b - c|$ 的最大值为 _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) [2025 · 重庆高一期中] 已知向量 $a = (-2, 4), b = (x, -2)$.

(1) 若 $a \parallel (a + b)$, 求 b 的坐标;

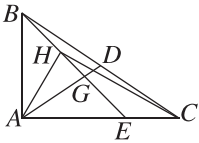
(2) 若 $a \perp \left(\frac{1}{2}a - b\right)$, 求 a 与 b 的夹角的余弦值.



16. (15 分)一条东西向的河流两岸平行,河宽为 800 m,水流的速度的大小为向东 4 km/h.河流南岸有一码头 A,码头 A 正对面有一货站 B (AB 与河流的方向垂直),B 的正西方向且与 B 相距 600 m 另有货站 C,已知一货船匀速航行,当货船自码头 A 航行到货站 C 航程最短时,合速度的大小为 5 km/h.
- (1)求货船航行速度的大小;
- (2)若货船从 A 出发垂直到达正对岸的货站 B 处,求货船到达 B 处所需时间.

17. (15 分)[2025·南京外国语学校高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c ,已知 $\frac{c^2}{b^2+c^2-a^2}=\frac{\sin C}{\sin B}$.
- (1)求角 A;
- (2)若 $b+c=5$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$,求 a 的值;
- (3)若 $b=4$, $\sin B+\cos B=\sqrt{2}$,求 c 的值.

18. (17 分)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=2$, $AC=3$,D 是 BC 的中点,点 E 满足 $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EC}$,BE 与 AD 交于点 G.
- (1)设 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AD}$,求实数 λ 的值;
- (2)设 H 是线段 BE 上一点,且 $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{HC}\cdot\overrightarrow{HA}$,求 $\overrightarrow{GH}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值.



19. (17 分)[2025·烟台高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, $B=\frac{\pi}{4}$, $7\sin(A-B)=\sin C$.
- (1)求 $\sin A$;
- (2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 18, $\angle BAC$ 的平分线与边 BC 交于点 D,求 AD 的长.